Ex 1 : a) $S_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)\,dt}$

$$y(t) = \frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T A^2 \sin^2(2\pi f t)\,dt$$

On sait que $\sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$

D'où : $$y(t) = \frac{A^2}{2T}\Big[\int_0^T dt - \underbrace{\int_0^T \cos(4\pi f t)\,dt}_{=\,0}\Big]$$

0 (l'intégration sur 2 périodes donne 0)

$$\Rightarrow y(t) = \frac{A^2}{2T}\Big[t\Big]_0^T = \frac{A^2}{2}$$

$$\Rightarrow S_{eff} = \sqrt{y(t)} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

b) On trouve que $\varepsilon(t) = \frac{\Delta}{T}t \quad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$

$$\varepsilon_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon^2(t)\,dt}$$

$$y(t) = \frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon^2(t)\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} \varepsilon^2(t)\,dt$$

$$y(t) = \frac{2}{T}\frac{\Delta^2}{T^2}\int_0^{T/2} t^2\,dt = \frac{2\Delta^2}{3T^3}\Big[\frac{T^3}{8}\Big]_0^{T/2} = \frac{\Delta^2}{12}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{eff} = \sqrt{y(t)} = \frac{\Delta}{2\sqrt{3}}$$

c) $SNR(dB) = 20 \log_{10}(S_{eff} / \varepsilon_{eff})$

et non pas $SNR(dB) = 10 \log_{10}(S_{eff}/\varepsilon_{eff})$ car il s'agit de tensions ! L'erreur faite avec le groupe 1 vient de là !

$$SNR(dB) = 20 \log_{10}\left(A/\sqrt{2} \,/\, \Delta/2\sqrt{3} \right)$$

or $\Delta = \dfrac{2A}{2^m} = \dfrac{A}{2^{m-1}}$

D'où $SNR(dB) = 20 \log_{10}\left(\dfrac{\cancel{A}}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{3} \cdot 2^m}{\cancel{A}} \right)$

$$= 20 \log_{10}(\sqrt{3} \cdot 2^m) - 20 \log_{10}(\sqrt{2})$$

$$= 20 \log_{10}(3^{1/2}) + 20 \log_{10}(2^m) - 20 \log_{10}(2^{1/2})$$

$$= 10 \log_{10}(3) + 20m \log_{10}(2) - 10 \log_{10}(2)$$

$$= 4{,}77 + 6m - 3{,}01$$

$$= 6m + 1{,}76$$

N.B. : $\log_{10}(x) = \dfrac{\ln(x)}{\ln(10)}$

d) 16 bits = 2 octets

$fe = 44{,}1\,KHz \Rightarrow 44{,}1\,k \times 2 = 88{,}2$ koctets/s

$\Rightarrow$ Durée $= \dfrac{700 \cdot 10^6}{88{,}2 \cdot 10^3} = 7936{,}5\,s$

$\simeq$ 2H12 mn